

# CONTROL EN TRANSICIÓN PARA TELEOPERADOR LINEAL CON RETARDO CONSTANTE: UN ENFOQUE HÍBRIDO

## CONTROL IN TRANSITION FOR LINEAR TELEOPERATOR WITH CONSTANT DELAY: A HYBRID APPROACH

Estrada Cruz Edgar

Instituto Tecnológico Superior del Occidente del Estado de Hidalgo, Ingeniería Electromecánica, Mixquiahuala, México, 42700.  
[eestradac@itsoeh.edu.mx](mailto:eestradac@itsoeh.edu.mx)

**RESUMEN.** *Teleoperación es control a la distancia, especialmente en lugares inaccesibles o peligrosos para el ser humano. La teleoperación tiene un amplio campo de aplicaciones desde trabajos en el espacio, profundidades del océano, manejo de materiales radiactivos e incluso en la medicina. Aplicaciones donde se interactúa con entornos rígidos o donde se tienen contactos de forma inesperada la transición estable debe ser garantizada, es sabido que este tipo de situaciones pueden inestabilizar el sistema. En general los trabajos de investigación se basan en el control de las situaciones con contacto o no contacto, pero no se ha estudiado la transición entre estos estados crucial para la estabilidad del sistema; los controladores por separado no garantizan la conmutación estable arbitraria entre estos modos. En este trabajo, se empleó la teoría de sistemas híbridos para diseñar un control proporcional-derivativo (PD) de un teleoperador lineal con retardo constante para garantizar la transición de estados estable. Se garantizó la estabilidad aplicando el teorema de estabilidad para sistemas híbridos lineales basado en la teoría de Lyapunov, considerando el caso más general: un sistema de teleoperación bilateral con retardo constante en la comunicación donde el sistema es lineal con transmisión bilateral de posición. La estabilidad del teleoperador se demuestra con una funcional del tipo de Lyapunov-Krasovskii. Las simulaciones numéricas ilustran la eficiencia del control propuesto.*

**Palabras clave:** Teleoperador lineal, transición, sistema híbrido.

**ABSTRACT.** *Teleoperation is a distance control, especially in inaccessible or dangerous sites for humans. Teleoperation has a wide field of applications such that in space, deep ocean, handling of radioactive materials and even in medicine. Applications where it interacts with rigid environments or where there are contacts in an unexpected way, the stable transition must be guaranteed, it is known that these types of situations can unstable the system. In general, the research works are based on the control of situations with contact or non-contact, but the transition between these states, crucial for the stability of the system, has not been studied; separate controls does not guarantee arbitrary stable switching between these modes. In this work, the theory of hybrid systems was used to design a proportional-derivative (PD) control of a linear teleoperator with constant delay to guarantee the transition of stable states. Stability was guaranteed by applying the stability theorem for linear hybrid systems based on Lyapunov's theory, considering the most general case: a bilateral teleoperation system with constant communication delay where the system is linear with bilateral position transmission. The stability of the teleoperator is demonstrated with a functional of the Lyapunov-Krasovskii type. Numerical simulations illustrate the efficiency of the proposed control.*

**Key words:** Linear teleoperator, transition, hybrid system.

### INTRODUCCIÓN

Los sistemas de teleoperación se han convertido en un campo extenso e interesante para los investigadores desde mediados de la década de 1940, con la capacidad de operar en entornos peligrosos e inaccesibles desde una ubicación remota como función principal <sup>1</sup>. Tiene aplicaciones generalizadas en muchas áreas, desde la misión espacial hasta la exploración submarina <sup>2,3,4</sup>. Los desarrollos recientes, como la cirugía y la microcirugía, han creado nuevas perspectivas para el campo <sup>5</sup>. Es probable que estas aplicaciones eleven

la teleoperación a uno de los principales campos futuros de la tecnología.

El sistema de teleoperación se compone de cinco bloques principales: el operador humano, el manipulador maestro, el canal de comunicación, el manipulador esclavo y el entorno, como se muestra en la Figura 1.



**Figura 1.** Diagrama general a bloques de un sistema de teleoperación.

Imitar la posición del manipulador maestro por el manipulador esclavo es el objetivo principal en un proceso típico de teleoperación bilateral <sup>6</sup>, pero los retardos en la comunicación pueden causar inestabilidad <sup>1</sup>. La transparencia ha sido el segundo gran desafío en la teleoperación bilateral después de la estabilidad, esto significa que el operador siente como si estuviera manipulando el objeto remoto directamente. La estabilidad y la transparencia del sistema son los principales desafíos en la teleoperación, lograrlos generalmente mejora la capacidad del operador para realizar tareas complejas.

Numerosas aplicaciones en teleoperación, como las tareas de montaje automatizadas y el acabado de superficies, implican una interacción dinámica entre el manipulador esclavo y un entorno rígido, lo que puede provocar una gran inestabilidad <sup>7</sup>. Generalmente, la interacción comienza con una transición de movimiento libre sin contacto a movimiento restringido por el contacto y termina con una transición de movimiento restringido a sin restricción de contacto, estas transiciones son cruciales para la estabilidad del sistema. Al realizar una tarea de contacto, el manipulador esclavo puede rebotar y luego regresar a la superficie de contacto varias veces, o incluso continuar cambiando y nunca asentarse; esto se llama modo de transición de fase o modo de impacto.

En la teoría robótica se han propuesto diferentes arquitecturas de control para el control de la fuerza de movimiento de un manipulador en contacto con un entorno rígido. Los esquemas de control más estudiados y aplicados incluyen rigidez, impedancia y control de admitancia, control híbrido de posición-fuerza y control de posición-fuerza en paralelo <sup>8</sup>. Solo unos pocos estudios teóricos han abordado directamente la inestabilidad resultante del rebote del manipulador contra un entorno rígido. Brogliato y Orphant presentaron un análisis de estabilidad de contacto basado en el mapa de Poincaré que era independiente de la rigidez ambiental <sup>9</sup>. Pagilla y Yu propusieron un controlador discontinuo estable para mantener la estabilidad en la transición <sup>10</sup>. Doulgeri e Iliadis emplearon teoremas de estabilidad de

sistemas híbridos para tratar el problema <sup>11</sup>. También, obtuvieron una condición suficiente que aseguró que el robot permanecería en contacto con el medio ambiente <sup>12</sup>. Teniendo en cuenta este concepto, Vukobratovic introdujo un enfoque robusto basado en la estabilidad y obtuvo la condición para garantizar la estabilidad de contacto de un robot <sup>13</sup>.

Al igual que el robot, la teoría de la teleoperación no presenta un análisis de estabilidad en el movimiento de transición, los trabajos se han basado en la sintonía de las ganancias de control para el movimiento libre y contacto por separado, pero el movimiento de transición no se revisa y es un punto crítico para mantener la estabilidad del sistema de teleoperación. Ni y Wang han estudiado la estabilidad de transición de un sistema de teleoperación utilizando un controlador de conmutación de ganancia <sup>14</sup>, mientras que Wang et al. propuso un controlador para el sistema de teleoperación y consideró la transición para mejorar la transparencia, sin embargo, asumieron que el retardo de la comunicación es insignificante en un sistema de teleoperación lineal <sup>15</sup>.

El análisis presentado en este artículo investiga la estabilidad en el movimiento de transición del sistema de teleoperación bilateral con retardo constante; nos gustaría asegurarnos de que el sistema de teleoperación permanezca estable en la fase transición. Aplicamos la teoría del sistema híbrido para asegurar la estabilidad del sistema de teleoperación en transición. Deberíamos mostrar que la dinámica y las trayectorias de energía disminuyen durante el modo de transición. Proponemos un análisis matemático que puede ayudar a los ingenieros de control, así como a los diseñadores mecánicos, a desarrollar manipuladores controlados que exhiben un comportamiento de contacto estable con un entorno rígido, mientras siguen un movimiento.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 presenta los preliminares, donde se presenta el sistema de teleoperación, el control aplicado y análisis de estabilidad. La Sección 3 presenta el análisis de estabilidad en la fase de

transición basado en la teoría híbrida. La Sección 4 dan a conocer los resultados para resaltar la efectividad del modelo. Las observaciones finales y conclusiones se dan en la Sección 5.

## PRELIMINARES

### Modelo del sistema de teleoperación

Un manipulador maestro/esclavo lineal de un solo gdf se puede escribir como <sup>1</sup>

$$\begin{aligned} m_m \ddot{x}_m + b_m \dot{x}_m &= f_h + f_m \\ m_s \ddot{x}_s + b_s \dot{x}_s &= -f_e + f_s \end{aligned} \quad (1)$$

Donde  $x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$  son las posiciones de las articulaciones, las velocidades y las aceleraciones de los dispositivos maestro y esclavo con  $i = m, s$  representando a los manipuladores de robot maestro o esclavo, respectivamente. De manera similar,  $m_i, b_i, k_i$  son los coeficientes de masa, amortiguación y coeficiente de rigidez de los dispositivos maestro y esclavo. Las fuerzas externas aplicadas a los dispositivos por el operador humano y el entorno están representadas por  $f_h, f_e$ , respectivamente, mientras que  $f_m, f_s$  representan señales de control.

Los sistemas de teleoperación siempre presentan retardo en el canal de comunicación, aquí consideramos el retardo constante e igual de ida y regreso y constante, denotado como  $T$ .

Para la teleoperación del espacio de tareas, el sistema interactúa con el operador humano a través del robot maestro y con el entorno a través del efector final del robot esclavo. Suponemos que la interacción espacio-tarea es pasiva. El supuesto se adoptó en <sup>16</sup>. Sobre la base de la noción estándar de pasividad, existen  $\kappa \in R^+$  tal que para todo  $t \geq 0$ ,

$$\begin{aligned} -\int_0^t \dot{x}_m f_h ds &\geq -\kappa_m \\ \int_0^t \dot{x}_s f_e ds &\geq -\kappa_s \end{aligned} \quad (2)$$

### Análisis de estabilidad

En esta sección, se propone un control de proporcional-derivativo (PD) para regular la posición del teleoperador.

Con el fin de lograr los objetivos de regulación proponemos la siguiente ley de control proporcional derivativo (PD),

$$\begin{aligned} f_m &= k_1(x_{sd} - x_m) - k_2 \dot{x}_m \\ f_s &= k_1(x_{md} - x_s) - k_3 \dot{x}_s \end{aligned} \quad (3)$$

Las ganancias de control  $k_i$ , ( $i = \overline{1,3}$ ) son positivas. Antes de proponer los principales resultados, necesitamos el siguiente lema.

**Lema 1.** Para una matriz  $k$  definida positiva, se cumple la siguiente desigualdad:

$$\pm 2a \int_{t-T}^t b ds - \int_{t-T}^t b^2 ds \leq Ta^2 \quad (4)$$

Donde  $a$  y  $b$  son funciones, y  $T$  es el retardo.

Suponemos que el robot esclavo interactúa con el entorno todo el tiempo y nunca pierde el contacto. De acuerdo con la dinámica del modelo de la Ec. 1 así como con la ley de control en la Ec. 3, la estabilidad del sistema de lazo cerrado se da en el Teorema 1.

**Teorema 1.** Considere el sistema de teleoperación bilateral lineal en la Ec. 1 sujeto a retardo de tiempo constante con el control de PD en la Ec. 3. El sistema de teleoperación lineal es estable en movimiento restringido si las siguientes condiciones son positivas:

$$b_m + k_2 - k_1 T; \quad b_s + k_3 - k_1 T \quad (5)$$

**Prueba 1.** Considerando la funcional de Lyapunov Krasovskii,

$$V(t) = \sum_{n=1}^4 V_n(t)$$

donde

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} m_m \dot{x}_m^2 + \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} k_1 (x_m - x_s)^2 \\ V_3 &= \frac{k_1}{2} \sum_{i=m,s} \int_{-T}^0 \int_{t-\theta}^t \dot{x}_i^2 ds d\theta \\ V_4 &= -\int_0^t \dot{x}_m f_h ds + \int_0^t \dot{x}_s f_e ds \end{aligned}$$

En la funcional Lyapunov-krasovskii,  $V_1$  muestra la energía cinética del manipulador maestro y esclavo y la energía potencial en  $V_2$ , las funcionales  $V_3$  está relacionado con el retardo de la red y  $V_4$  son las entradas de energía del operador y del entorno.

Si aplicamos el sistema dinámico de teleoperación (1) y el control propuesto (3), a la derivada de  $V_1$  se simplifica como

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \dot{x}_m f_h + k_1 \dot{x}_m (x_{sd} - x_m) - \dot{x}_s f_e \\ & - (b_m + k_2) \dot{x}_m^2 \\ & + k_1 \dot{x}_s (x_{md} - x_s) \\ & - (b_s + k_3) \dot{x}_s^2 \end{aligned}$$

Agregando los términos  $k_1 \dot{x}_m (x_{sd} - x_{sd})$  y  $k_1 \dot{x}_s (x_{md} - x_{md})$  a la derivada de  $\dot{V}_2$ , después de un manejo algebraico resulta en

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 \dot{x}_m \int_{t-T}^t \dot{x}_s ds - k_1 \dot{x}_s \int_{t-T}^t \dot{x}_m ds \\ & - k_1 \dot{x}_m (x_{sd} - x_m) \\ & - k_1 \dot{x}_s (x_{md} - x_s) \end{aligned}$$

Después de algunas operaciones algebraicas, la derivada de  $V_3$  se puede expresar como

$$\dot{V}_3 = \frac{k_1}{2} \sum_{i=m,s} \left( T \dot{x}_i^2 - \int_{t-T}^t \dot{x}_i^2 ds \right)$$

Mientras que la derivada de  $V_4$ , esta dada por

$$V_4 = -\dot{x}_m f_h + \dot{x}_s f_e$$

Al realizar la suma de las derivadas y simplificar, resulta en

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -(b_m + k_2) \dot{x}_m^2 - (b_s + k_3) \dot{x}_s^2 \\ & - k_1 \dot{x}_m \int_{t-T}^t \dot{x}_s ds \\ & - k_1 \dot{x}_s \int_{t-T}^t \dot{x}_m ds \\ & + \frac{k_1 T}{2} \dot{x}_m^2 \\ & - \frac{k_1}{2} \int_{t-T}^t \dot{x}_m^2 ds + \frac{k_1 T}{2} \dot{x}_s^2 \\ & - \frac{k_1}{2} \int_{t-T}^t \dot{x}_s^2 ds \end{aligned}$$

Del Lema 1, se desprenden las siguientes desigualdades,

$$\begin{aligned} -k_1 \dot{x}_m \int_{t-T}^t \dot{x}_s ds - \frac{k_1}{2} \int_{t-T}^t \dot{x}_s^2 ds \\ \leq \frac{k_1 T}{2} \dot{x}_m^2 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} -k_1 \dot{x}_s \int_{t-T}^t \dot{x}_m ds - \frac{k_1}{2} \int_{t-T}^t \dot{x}_m^2 ds \\ \leq \frac{k_1 T}{2} \dot{x}_s^2 \end{aligned}$$

Aplicandolas a la derivada de  $\dot{V}$ , está se reduce como sigue

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(b_m + k_2 - k_1 T) \dot{x}_m^2 \\ & - (b_s + k_3 - k_1 T) \dot{x}_s^2 \end{aligned}$$

Si  $b_m + k_2 - k_1 T$  y  $b_s + k_3 - k_1 T$  son positivos podemos garantizar que la funcional de Lyapunov-Krasovskii es acotada. Según la discusión previa, el sistema de control es estable en presencia de retardo constante en los canales de comunicación.

Cuando el sistema esta en movimiento libre,  $f_e = 0$ , con el sistema de control propuesto se garantiza la estabilidad. Esto se prueba en el Corolario 1.

**Corolario 1.** Considere el sistema de teleoperación bilateral lineal en la Ec. 1 sujeto a retardo de tiempo constante con el control de PD en la Ec. 3. El sistema de teleoperación lineal es estable en movimiento restringido si las siguientes condiciones son positivas:

$$b_m + k_2 - k_1 T ; \quad b_s + k_3 - k_1 T$$

**Prueba 2.** Se siguen los mismos pasos que la prueba del Teorema 1, con  $f_e = 0$ , considerando la funcional de Lyapunov-Kravoskii como

$$V(t) = \sum_{n=1}^4 V_n(t)$$

donde

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} m_m \dot{x}_m^2 + \frac{1}{2} m_s \dot{x}_s^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} k_1 (x_m - x_s)^2 \end{aligned}$$

$$V_3 = \frac{k_1}{2} \sum_{i=m,s} \int_{-T}^0 \int_{t-\theta}^t \dot{x}_i^2 ds d\theta$$

$$V_4 = - \int_0^t \dot{x}_m f_h ds$$

## ESTABILIDAD EN FASE DE TRANSICIÓN

### Sistema híbrido

Un sistema híbrido se puede describir como un conjunto finito de estados discretos, donde cada estado discreto corresponde a diferentes dinámicas continuas. Por lo tanto, un estado discreto y uno continuo forman el estado de un sistema híbrido. Normalmente, el modelo formal de un sistema híbrido se da como <sup>17</sup>

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (6)$$

donde  $x \in R^n$  es el estado continuo y  $\mu \in M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$  como el estado discreto; para un sistema autónomo depende del estado continuo  $x$  y del estado discreto previo  $\bar{\mu}$ , es decir,  $\mu = \phi(x, \bar{\mu})$  donde  $\phi: M \times R^n \rightarrow M$  es una transición discreta. A veces (10) se puede escribir como,

$$\dot{x} = \bar{f}_m(x) = f(x, \mu_m) \quad (7)$$

Los cambios de estados discretos se describen formalmente mediante conjuntos de interruptores,

$$S_m = \{x \in R^n | \mu_m = \phi(x, \bar{\mu})\}$$

Si, para cada  $x \in R^n$ , solo es posible un  $\mu_m \in M$ , entonces el sistema se denomina sistema conmutado. Sin embargo, si hay algunos  $x \in R^n$  para los que son posibles varios estados discretos, el sistema se denomina sistema híbrido. Por tanto, la posición del sistema de teleoperación en el sitio remoto puede considerarse como un estado híbrido. El siguiente teorema establece la estabilidad de un sistema híbrido.

**Teorema 2.** Sea el sistema híbrido descrito en la Ec. 6. Si existen funciones escalares continuas  $V_m(x): \Omega_m^x \rightarrow R$  con derivadas parciales continuas en cada región, y funciones de clase  $K$ ,  $\Phi, \Theta: R^+ \rightarrow R^+$  tales que

$$x \in \Omega_m^x, \Phi(\|x\|) \leq V_m(x) \leq \Theta(\|x\|) \quad (8)$$

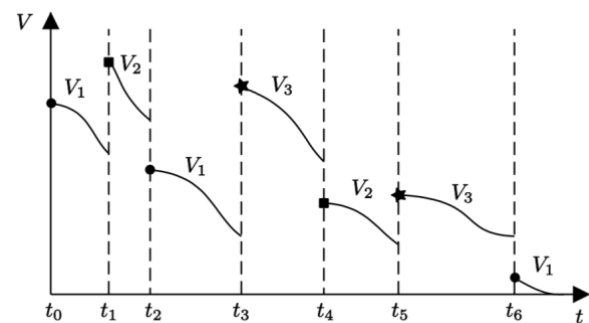
$$(x, \mu) \in \Omega_m, \dot{V}_m \leq 0 \quad (9)$$

$$V_m(x(t_{k+1})) \leq V_m(x(t_k)) \quad (10)$$

donde  $t_k, t_{k+1}$  son tiempos consecutivos, la función  $V_m$  está "conmutada", entonces el punto es estable en el sentido de Lyapunov.

**Prueba 3.** Ver <sup>17</sup>.

La Ec. 10 se refiere al valor de cada función  $V_m$  cada vez que se "conecta". Significa que el valor de  $V_m$  en los puntos de conmutación debe ser menor que la vez anterior en que se activó. Tenga en cuenta que la condición no requiere que la energía general  $V$  disminuya en los puntos de conmutación (Figura 2).



**Figura 2.** Secuencia de funciones candidatas que satisfacen la condición 3 del Teorema 2.

El Teorema 2 establece tres condiciones para la estabilidad de los sistemas híbridos, para los sistemas de teleoperación en fase de transición, la primera y la segunda establecen que las funciones de energía en movimiento libre y contacto son acotadas definidas positivas y sus derivadas son definidas negativas. Resultados revisados previamente.

### Estabilidad en transición de fase

La última condición en el Teorema 2 asegura que después de cada punto de conmutación, cuando se desactiva una función, no se reactivará la próxima vez con un valor grande. En otras palabras, la función

sigue disminuyendo, aunque no está activa. El Teorema 2 adaptado a la situación de contacto en un sistema de teleoperación, el estado discreto  $\mu_m$  debe seleccionarse como

$$\mu_m = \begin{cases} f_e = 0, & \text{en movimiento libre, } m = l \\ f_e \neq 0, & \text{en contacto, } m = c \end{cases}$$

Entonces, podemos deducir que cada vez que se pierde el contacto con la superficie se restablecerá después de un tiempo finito. Por tanto, supongamos que el contacto se pierde en  $t = t_k$  y posteriormente se establece en  $t = t_{k+1} > t_k$ .

Cada vez que se realiza la fase de transición en la superficie del entorno, se considera el siguiente proceso:

1. El movimiento libre ocurre en el intervalo  $[t_0, t_1)$ , la energía decrece en términos de  $V_l$ .
2. El movimiento restringido ocurre en el intervalo de tiempo  $[t_1, t_2)$ , el contacto con la superficie se da en  $t_1$  y permanece en contacto hasta  $t_2$ , en este intervalo la energía decrece en términos de  $V_c$ .
3. De forma subsecuente el proceso de rebote se repite hasta establecerse.

El comportamiento del decaimiento de energía se puede ver en la Figura 3.

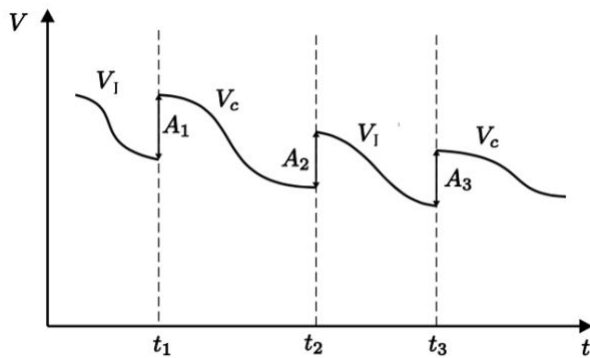


Figura 3. Múltiples discontinuidades en las funciones de Lyapunov.

En lo que prosigue se analizará solo tres intervalos  $[t_0, t_1)$ ,  $[t_1, t_2)$  y  $[t_2, t_3)$ , como se mencionó el proceso sigue hasta establecerse el contacto y se repite cada ocasión que se busque un contacto.

La Ec. 10 del Teorema 3 se satisface si

$$V_l(t_2) \leq V_c(t_1), \quad V_c(t_3) \leq V_c(t_2) \quad (11)$$

Y en subsecuentes tiempos sigue decreciendo, entonces, el sistema conmutado es estable. La Ec. 11 son ciertas si y solo si

$$V_c(t_2) - V_c(t_1) \leq -(A_1 + A_2) \quad (12)$$

y

$$V_l(t_3) - V_l(t_2) \leq -(A_2 + A_3) \quad (13)$$

donde  $A_j$  es la discontinuidad en la función de Lyapunov en el tiempo de conmutación  $t_j$ . Considerando la Figura 3, las discontinuidades en las funciones de Lyapunov pueden ser expresadas por

$$V_c(t_1) - V_l(t_1) = A_1 \quad (14)$$

$$V_l(t_2) - V_c(t_2) = A_2$$

$$V_c(t_3) - V_l(t_3) = A_3$$

Las desigualdades en la Ec. 12 y 13, establecen que el incremento en las funciones de Lyapunov en los puntos de conmutación deben ser menos que su decaimiento durante el intervalo de tiempo entre estos puntos. Así, las desigualdades en la Ec. 11 pueden ser probadas fácilmente usando la Ec. 12-14.

Si podemos satisfacer las condiciones en las desigualdades de la Ec. 12 y 13 se garantiza la transición estable de movimiento en un sistema de teleoperación. Por lo tanto, el siguiente Teorema establece las condiciones para garantizar la transición estable en un sistema de teleoperación lineal con control PD.

**Teorema 4.** *El sistema de teleoperación bilateral lineal en la Ec. 1 con la ley de control de PD en la Ec. 3 es estable en la fase de transición, si existen funciones,  $\Lambda, \Gamma: R^+ \rightarrow R^+$ , tales que*

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{V}_s ds \leq -\Lambda; \quad \int_{t_2}^{t_3} \dot{V}_l ds \leq -\Gamma$$

se satisfacen, donde  $\Lambda$  y  $\Gamma$  son  $\Gamma = \kappa_s$  y  $\Lambda = 0.5(\alpha \dot{x}_s^2 + \alpha^{-1} f_e)$ .

**Prueba 4.** *Dadas las desigualdades en la Ec. 12 y 13, estas pueden ser escritas como*

$$V_c(t_2) - V_c(t_1) \leq -\Lambda$$

y

$$V_l(t_3) - V_l(t_2) \leq -\Gamma$$

donde  $\Lambda \leq A_1 + A_2$  y  $\Gamma \leq A_2 + A_3$ . De las funciones de Lyapunov-Krasovskii se puede encontrar

$$A_1 = V_c(t_1) - V_l(t_1) = \int_0^{t_1} \dot{x}_s f_e ds$$

y

$$A_2 = V_l(t_2) - V_c(t_2) = - \int_0^{t_2} \dot{x}_s f_e ds$$

y subsecuentes tiempos de conmutación. Entonces, se puede determinar en el intervalo de tiempo  $[t_1, t_2)$  la cota superior de la ecuación aplicando la desigualdad de Young resulta en

$$\begin{aligned} -(A_1 + A_2) &= \int_{t_1}^{t_2} \dot{x}_s f_e ds \\ &\leq 0.5(\alpha \dot{x}_s^2 + \alpha^{-1} f_e^2) \end{aligned}$$

Y en el intervalo de tiempo  $[t_2, t_3)$ , tenemos la siguiente expresión

$$-(A_2 + A_3) = - \int_{t_2}^{t_3} \dot{x}_s f_e ds \leq \kappa_s$$

Por lo tanto  $\Gamma = \kappa_s$  y  $\Lambda = 0.5(\alpha \dot{x}_s^2 + \alpha^{-1} f_e^2)$ .

Entonces el sistema es estable en la transición.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Consideramos un sistema de teleoperación simple de 1 gdl simple con la dinámica (1) con  $m_m = 0.3 \text{ kg}$ ,  $m_s = 1 \text{ kg}$ ,  $b_m = 1 \text{ Ns/m}$ ,  $b_s = 3 \text{ Ns/m}$ . Se supone que el operador tiene la siguiente dinámica

$$f_h = f - b_h \dot{x}_m - k_h x_m$$

donde es una señal rectangular representada en la figura 4,  $b_h = 3 \text{ Ns/m}$  y  $k_h = 200 \text{ N/m}$ . La fuerza ambiental se elige como

$$f_e = -k_e x_s$$

con  $k_e = 400 \text{ N/m}$ . Implementamos un muro a una distancia de  $0.02 \text{ m}$ .

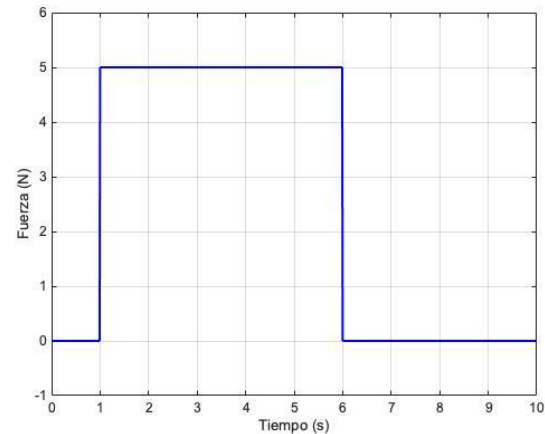


Figura 4. Fuerza aplicada por el operador humano.

Además se consideran los retardos iguales y constantes de  $T = 0.5 \text{ s}$ . Implementamos el control PD con las ganancias,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 5$  y  $k_3 = 9$ , tal que satisfacen las condiciones de estabilidad. Realizamos simulaciones para el caso de que existan retardos en el canal de comunicación. Supongamos, que los retardos de tiempo en el canal de ida y de regreso son simétricos. El rendimiento del sistema con el controlador diseñado en este caso se muestra en las Figura 5. Puede verse que cuando el operador ejerció la fuerza sobre el maestro alrededor de un segundo, el esclavo se puso en contacto con el entorno después de la demora de 1 segundo y luego recibió una fuerza activa. Además se observa un fase de transición estable, implica que es estable en movimiento libre y en contacto.

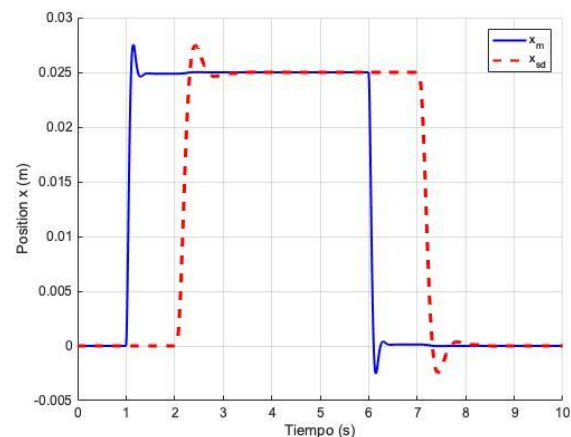


Figura 5. Posición del dispositivo maestro y esclavo en fase de transición con retardo contante.

## CONCLUSIONES

El sistema de teleoperación analizado en este documento tiene las siguientes propiedades: bilateral y lineal con retardo de tiempo constante. El sistema se modela como un sistema conmutado para la fase transición entre dos subsistemas: la fase no contacto y la fase de contacto. La teoría de la estabilidad híbrida y el método de Lyapunov-Krasovskii se han utilizado para investigar la estabilidad, el controlador PD se utilizó para lograr el seguimiento de estabilidad. El rendimiento del método de control propuesto se evaluó mediante simulación. Se ha demostrado que el controlador presentado en este trabajo es estable en la fase de transición.

## REFERENCIAS

9. P. F. Hokayem and M. W. Spong, "Bilateral teleoperation: An historical survey," *Automatica*, vol. 42, no. 12, pp. 2035 – 2057, 2006.
10. M. A. Jordan and J. L. Bustamante, "On the presence of nonlinear oscillations in the teleoperation of underwater vehicles under the influence of sea wave and current," in *2007 American Control Conference*, July 2007, pp. 894–899.
11. P. García-Borras, P. García-Robledo, J. Barrio, M. Ferre, and R. Aracil, "Technofusion remote handling laboratory: Contributions to nuclear fusion facilities maintenance tasks," in *2010 1st International Conference on Applied Robotics for the Power Industry*, Oct 2010, pp. 1–6.
12. M. S. Erden and B. Marić, "Assisting manual welding with robot," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 27, no. 4, pp. 818 – 828, 2011, conference papers of Flexible Automation and Intelligent Manufacturing.
13. S. Ehrampoosh, M. Dave, M. A. Kia, C. Rablau, and M. H. Zadeh, "Providing haptic feedback in robot-assisted minimally invasive surgery: A direct optical force-sensing solution for haptic rendering of deformable bodies," *Computer Aided Surgery*, vol. 18, no. 5-6, pp. 129–141, 2013.
14. R. J. Anderson and M.W. Spong, "Bilateral control of teleoperators with time delay," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 5, pp. 494–501, May 1989.
15. L. Ni and D. W. L. Wang, "Contact transition stability analysis for a bilateral teleoperation system," in *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, May 2002, pp. 3272–3277 vol.3.
16. B. Siciliano and O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*. Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
17. B. Brogliato and P. Orhant, "Contact stability analysis of a one degree-of-freedom robot," *Dynamics and Control*, vol. 8, no. 1, pp. 37–53, Jan 1998.
18. P. R. Pagilla and Biao Yu, "A stable transition controller for constrained robots," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 6, no. 1, pp. 65–74, March 2001.
19. Z. Doulgeri and G. Iliadis, "Contact stability analysis of a one degree-of-freedom robot using hybrid system stability theory," *Robotica*, vol. 23, no. 5, p. 607–614, 2005.
20. Z. Doulgeri and G. Iliadis, "Contact task stability and maintenance with a compliant surface using a switched one dof robot model," in *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2006. ICRA 2006., May 2006, pp. 4013–4018.
21. M. Vukobratovic, D. Surdilovic, Y. Ekalo, and D. Katic, *Dynamics and Robust Control of Robot-Environment Interaction*. WORLD SCIENTIFIC, 2009.
22. L. Ni and D. W. L. Wang, "A gain-switching control scheme for position-error-based bilateral teleoperation: Contact stability analysis and controller design," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 3, pp. 255–274, 2004.
23. H. Wang, K. H. Low, and M. Y. Wang, "A bilateral teleoperation controller considering the transition between the free space motion and the constrained motion," *Robotica*, vol. 26, no. 6, p. 781–790, 2008.
24. E. Nuño, R. Ortega, N. Barabanov, and L. Basañez, "A globally stable pd controller for bilateral teleoperators," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, no. 3, pp. 753–758, June 2008.
25. S. Pettersson and B. Lennartson, "Stability and robustness for hybrid systems," in *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 2, Dec 1996, pp. 1202–1207 vol.2.